

Show that the linear transformation  $T$  is not surjective by finding an element of the codomain,  $\vec{v}$ , such that there is no vector  $\vec{u}$  with  $T(\vec{u}) = \vec{v}$ . (15 points)

Muestre que la transformación lineal  $T$  es no sobreyectiva buscando un elemento del codominio  $[\vec{v}]$ , de tal forma que no haya un vector  $[\vec{u}]$  con  $T[\vec{u}] = [\vec{v}]$ . (15 puntos)

$$T: \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3, T \left[ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 2a + 3b - c \\ 2b - 2c \\ a - b + 2c \end{pmatrix}$$

Solve

Solución

We wish to find an output vector  $\vec{v}$  that has no associated input. This is the same as requiring that there is no solution to the equality

Queremos encontrar un vector de salida  $\vec{v}$  que no tenga salida asociada. Esto es el mismo que exigir que no haya solución a la igualdad

$$\vec{v} = T \left[ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 2a + 3b - c \\ 2b - 2c \\ a - b + 2c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

In other words, we would like to find an element of  $\mathbb{C}^3$  not in the set

En otras palabras, nos gustaría encontrar un elemento de  $\mathbb{C}^3$  fuera del conjunto

$$Y = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$$

If we make these vectors the rows of a matrix, and row-reduce, [\[theorem|BRS\]](#) provides an alternate description of  $Y$ ,

Sí hacemos de estos vectores las filas de una matriz, y la reducimos por filas, [\[theorem|BRS\]](#) proporciona una descripción alternativa de  $Y$ .

$$Y = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$$

If we add these vectors together, and then change the third component of the result, we will create a vector that lies outside of  $Y$ , say  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$ .

Sí sumamos estos vectores juntos, y después cambiamos la tercera componente del resultado, vamos a crear un vector que se encuentra fuera de  $Y$ , es decir  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$ .

Contributed by Robert Beezer

Contribuido por Robert Beezer

Traducido por Andrés Felipe Forero